ШИФР М/9/13

участника муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике в 2024-2025 учебном году

Внимание! Шифровать следует каждую страницу Вашей письменной работы.

Ф. И. О. учащегося (в имен. пад.)

[redacted]

Дата рождения 25.10.2009

Образовательное учреждение (полное название) Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение „Средняя общеобразовательная школа №9"

Город Миасс

Класс 9

Ф. И. О. учителя (полностью) Семенко Ольга Владимировна

Кол-во б. - 15б - 42%

Чл. Николаева А.В.
Пред - Толмачёва Т.И.

ШИФР УЧАСТНИКА | м/9/13

Задача 1.

Наибольшее число, которое можно получить при делении четырёхзначного числа на сумму его цифр - это 1000.

Например: 9000 : 9; 5000 : 5

Это легко доказать, т.к если взять любое число, не кратное 1000, например 5001, то делитель при любом раскладе получится больше, чем цифра в разряде тысяч. В данном случае 6. И в результате получится число, которое меньше тысячи. 1б.

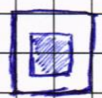
РЭ ВсОШ

ШИФР УЧАСТНИКА	м/9/13

Задача 2.

На прямоугольник площадью 500 (25·20) нужно хаотично поместить 120 квадратов размером 1 на 1 и доказать, что места останется еще и на круг диаметром 1.

Можно разделить прямоугольник на 125 квадратов размером 2 на 2.



×125

При самом неудачном броске квадратов (с точки зрения задачи), на каждый ~~такой~~ большой квадрат 2 на 2 будет приходиться 1 маленький квадрат 1 на 1. По принципу Дирихле, как минимум 5 квадратов 2 на 2 останутся ~~пустыми~~ пустыми, и туда легко можно будет поместить круг диаметром 1. Возможен вариант, что пустыми останутся прямоугольники 1 на 2, но и туда можно поместить круг диаметром 1.

2б.

ШИФР УЧАСТНИКА М/9/13

Задача 3.

Если всего 2000 контактов, и каждый отдельно взятый контакт имеет соединение со всеми остальными, то всего соединений ~~2000000~~ 1'999'000

$(0+1+2+3+4+5+6+7+\ldots+\overset{1999}{\cancel{2000}})$

Через 1 ход (ход Пети + ход Васи) кол-во соединений уменьшится либо на 2, либо на 4. При любых обстоятельствах Петя проиграет, ведь через огромное количество ходов останется либо 2 ~~соединения~~ либо 4 соединения, и будет очередь хода ~~Вас~~ Васи.

1) $2 \xrightarrow{\text{ход Васи}} 1 \xrightarrow{\text{ход Пети}} 0$ Петя проиграл

2) $4 \xrightarrow{\text{ход Васи}} 3 \xrightarrow{\text{ход Пети}} 2 \xrightarrow{\text{ход Васи}} 1 \xrightarrow{\text{ход Пети}} 0$ Петя проиграл

Или же

$4 \xrightarrow{\text{ход Васи}} 3 \xrightarrow{\text{ход Пети}} 0$ Петя проиграл

Ответ: Вася всегда выигрывает. 3б.

Дополнение: ход строится по принципу: Вася делает число соединений нечётным, а Петя снова чётным. Поэтому у Пети нет шансов выиграть.

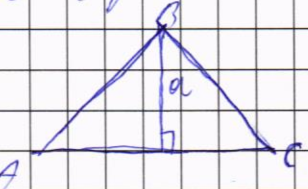
СТРАНИЦА ____ ИЗ ____

ШИФР УЧАСТНИКА м/9/13

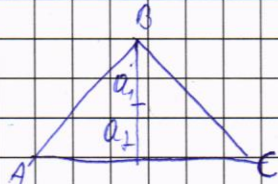
РЭ ВсОШ

Задача 4.

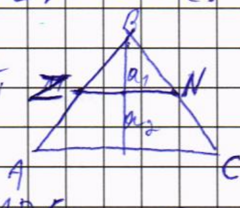
Если треугольник произвольный, то возьмём за образец равносторонний треугольник С высотой a.

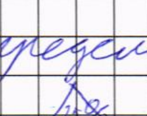


Площадь треугольника $ABC = \frac{a \cdot AC}{2}$. ~~[illegible]~~ Выберем случайную точку M, принадлежащую высоте. Разделим отрезок на две равные части. Назовём их a_1 и a_2. Если точка M лежит на отрезке a_1, то $\triangle AMC > \triangle AMB + \triangle CMB$, т.к. $S_\triangle AMC > 50\% S_\triangle ABC$.

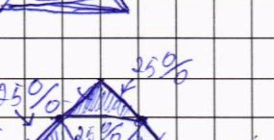


Проведём среднюю линию треугольника. Если M находится ~~[illegible]~~ в любом месте, но в пределах четырёхугольника $AZNC$, то $\triangle AMC < \triangle AMB + \triangle CMB$. $\triangle ZBN$ и $\triangle ABC$ подобны. $S_\triangle ABC = x \Rightarrow S_\triangle ZBN = \frac{1}{4}x \Rightarrow S_{AZNC} = \frac{3}{4}x$. Следовательно, шанс того, что точка M окажется в пределах $\triangle ZBN = \frac{1}{4} = 25\%$, а в пределах $AZNC = 75\%$.





Помним, что задача касается не только $\triangle AMC$, но также и $\triangle AMB$ и $\triangle CMB$. Получается вот такая картинка. Если точка M находится в закрашенной области, то один из треугольников больше суммы двух остальных.



То есть шанс этого: $25\% + 25\% + 25\% = 75\%$

Ответ: 75%

6б

ШИФР УЧАСТНИКА м / 9 / 13

РЭ ВсОШ

Задача 5.

Стаканов в ряду должно быть число, кратное 4.

Если число стаканов нечётное, то всегда будет оставаться один неперевёрнутый стакан.

Если число стаканов чётное, но не кратно 4, то всегда будет оставаться 2 неперевёрнутых стакана, но расстояние между ними будет либо 0, либо чётным числом. 3б.