ШИФР М-11-02

участника муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике в 2018-2019 учебном году

Внимание! Шифровать следует каждую страницу Вашей письменной работы.

Ф. И. О. учащегося

Мальцевой Дарьи Андреевны.

Дата рождения 24.02.2002.

Образовательное учреждение (полное название)

МБОУ СОШ №6

Город, село

г. Миасс

Район

Класс 11 Б

Ф. И. О. учителя (полностью)

Коньева Натальи Владимировна.

11-11-02

23 б

7 б

1) Дано:

$\triangle ABC$.

$\sin\angle A + \cos\angle B = \sqrt{2}$.

$\cos\angle A + \sin\angle B = \sqrt{2}$.

$\angle C - ?$

Решение:

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \sin\angle A + \cos\angle B = \sqrt{2}, \\ \sin\angle B + \cos\angle A = \sqrt{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 45^\circ + \cos\angle B = \sqrt{2}, \\ (\sin) \cos\angle A = \frac{\sqrt{2}}{2}. \end{cases}$$

$\sin\angle A + \sqrt{1-\sin^2\angle B} = \sqrt{2}$.

$\sin\angle B = \sqrt{2} - \cos\angle A$.

$\sqrt{1-\sin^2\angle B} = \sqrt{2} - \sin\angle A$.

$1 - \sin^2\angle B = 2 - 2\sqrt{2}\sin\angle A + \sin^2\angle A$.

$1 - (\sqrt{2} - \cos\angle A)^2 = 2 - \sqrt{2}\sin\angle A + \sin^2\angle A$.

$1 - 2 + 2\sqrt{2}\cos\angle A - \cos^2\angle A = 2 - \sqrt{2}\sin\angle A + \sin^2\angle A$.

$-3 + 2\sqrt{2}\cos\angle A - (\cos^2 A + \sin^2 A) + 2\sqrt{2}\sin\angle A = 0$

$2(-2 + \sqrt{2}\cos\angle A + \sqrt{2}\sin\angle A) = 0$.

$-2 + \sqrt{2}\cos\angle A + \sqrt{2}\sin\angle A = 0$

$-2 + \sqrt{2}(\sqrt{1-\cos^2\angle A}) + \sqrt{2}\cos\angle A = 0$

$2(1-\cos^2\angle A) = 4 - 4\sqrt{2}\cos\angle A + 2\cos^2\angle A$.

$4\cos^2\angle A - 4\sqrt{2}\cos\angle A + 2 = 0$.

$2\cos^2\angle A - 2\sqrt{2}\cos\angle A + 1 = 0$.

Замена:

$\cos\angle A = x.$

$2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0.$

$D = 8 - 8 = 0.$

$x = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

Обр. замена:

$x = \cos\angle A.$

$\cos\angle A = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle A = 45^\circ.$

$\sin 45^\circ + \cos\angle B = \sqrt{2}.$

$\frac{\sqrt{2}}{2} + \cos\angle B = \sqrt{2}$

$\cos\angle B = \frac{\sqrt{2}}{2}; \Rightarrow \angle B = 45^\circ.$

2) $\triangle ABC$:

$\left.\begin{array}{l}\angle A = 45^\circ, \\ \angle B = 45^\circ.\end{array}\right\} \Rightarrow \angle C = 180^\circ - (45^\circ + 45^\circ) = 90^\circ$

Ответ: $\angle C = 90^\circ.$

11.4) Всего может (сущ). быть отправлено

400 · 200 писем.

400 · 200 = 80000 писем.

Тогда как ~~отпр.~~ разными пар. $= \frac{400 \cdot 399}{2} = 79800$.

80000 − 79800 = 200 (пар.)

Докажем это.

(Кон). Пусть 1-й ученик отправит письмо ~~(от первого)~~ 1 до 201, 2-й – ~~202 до 402~~ 2 до 203 ... 400 - и т.д.

Ответ: 200 пар.

7,5

Ответ: 200 пар.

11.5) Дано:

ABCD - треугольная пирамида.

DM, DK, DP - бис.

CP, BM, AK - бис.

DP и CP - совп.

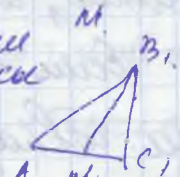
DK и KA - совп.

BM и DM - совп. - ?

~~Решение~~; Док.-во:

1) Св.-ва биссектрисы в целом: конечно, в каждом угле могут ~~иметь~~ иметь разное значение, при этом положение конца биссектрисы будет ~~иметь~~ иметь разное положение (в зависимости от того, какой по величине угол).

1,5



Допустим, в одном каком-то конкретном треугольнике, если оставить стороны неизменными в своём значении, но менять величину угла, то биссектриса будет меняться и в длине, и в расположении точки пересечения со стороной треугольника.

Пусть ABCD – пирамида.

Пирамида – цельная система, где в ней всё взаимосвязано. В пирамиде ABCD A, B, C и D – вершины, которые являются ещё и вершинами граней-треугольников, из которых состоит фигура. Известно, что основания двух пар биссектрис совпадают. Допустим, что DP и PC; DK и KA. Бывают разные случаи, при котором такое может случиться.

Итак, случай 1:

Если вершины граней-треугольников не совпадают:

11-11-02

Да, в таком случае разных ~~любом~~ при любом значении. биссектрисы совпадут, но и таких вот треугольников не составить пирамиду, т.к. она она имеет совершенно другой вид. Тогда мы сразу переходим к нашему случаю!

2Δ ~~ADC и~~ BDC и Δ ABC:

BC - общая.

Как я и написала ранее, биссектриса имеет своё местоположение в зависимости от значения своего угла. У данных треугольников одинаковое основание, на которое опущены биссектрисы и одинаковые две его вершины, следовательно, углы ∠BDC = ∠ABC, ~~Иначе быть не может~~ иначе быть не может, потому что, если углы были бы неравными, на одно и то же основание биссектрисы бы опустились по-разному, т.к. разные значения углов делит по-разному.

3) △ ADB и △ ACB:

Аналогичный случай. Одинаковое основание BA и биссектриса, которые пересекаются =>

=> ∠BDA = ∠BCA.

При всём этом △ADB, △BDC – равнобедренные либо.

(т.к. при разных длинах сторон и одинаковом основании

либо т.к. при разных длинах сторон и одинаковом основании не получилось бы двух пересечений, либо одно основание не может совпадать по значению угла и двух сторон с двумя разными по значению углами.

Т.к. △ ADB и △ BDC – равноб., BD = BC = BA =>

=> △ ADC – равноб. => AC = AB = BC => ABCD – прав.

Т.к. ∠ADB = ∠BDC = ∠ADC, ∠A = ∠B = ∠C,

DM и BM совп., как и те две пары биссектрис.

Ш

11.1) (4) Среди В промежутке от 2 до 2019 2018 чисел. М-11-02

Все мы помним признаки делимости на 2, 3, 5...

Итак, среди 2018 чисел получится 1009 чисел, которые делятся на 2, 3 и 5, при этом тех чисел, которые делятся на 3 и меньше, при этом не все они четные, они могут быть как четными, так и нечетными. Если даже мы разделим эти две группы по признаку четности и нечетности, то в общем если даже просто переставим в рандомном порядке, то

11.3) Знаменитое золотое сечение является примером такого числа — $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

1б

11.1) Если каждое из произведений будет делиться на 2, 3 или 5, то их сумма тоже будет иметь такое свойство. 7б

Среди наших 2018 чисел 1009 четных и

1009 нечетных, при этом среди этих четных и нечетных есть те, которые делятся на 3и5. Если даже мы разделим на группы по принципу четности и нечетности, или даже разделим их беспорядочно, в каждой группе найдутся такие числа, которые одновременно делятся на 2,3,5, потому и произведение будут на это делиться. Числа можно расположить по группам делимости на 3, 2и3, 7, 2,3,7 и 5 и т.д.,) числа., ~~которые в~~ в итоге получится то, что в каждой группе найдутся два числа с одинаковыми группами, поэтому и сумма будет сост. чис.