ШИФР М-10-08

участника муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике в 2018-2019 учебном году

Внимание! Шифровать следует каждую страницу Вашей письменной работы.

Ф. И. О. учащегося

Винокурова Мария

Сергеевна

Дата рождения 26.04.2002

Образовательное учреждение (полное название)

МБОУ "СОШ №4"

Город, село

г. Мегион

Район ХМАО - Югра

Класс 10 а

Ф. И. О. учителя (полностью)

Сухушина Мария Михайловна

М-10-08

19б

1) Дан ряд чисел 2018, 20182018, 201820182018, ... Преобразуем этот ряд:

25

$2018 = (2 \cdot 1000) + (0 \cdot 100) + (1 \cdot 10) + (8 \cdot 1)$

$20182018 = (2 \cdot 1000) \cdot 10'000 + (0 \cdot 100) + 10'000 + (1 \cdot 10) \cdot 10'000 + (8 \cdot 1) \cdot 10'000 + (2 \cdot 1000) + (0 \cdot 100) + (1 \cdot 10) + (8 \cdot 1)$

и так далее. Сделаем вывод, что если $2018 = n$, то последовательность данных чисел выглядит как n; $10'000n + n$; $10'000^2 n + 10'000n + n$; $10'000^3 n + 10'000^2 n + 10'000n + n$; ... Также можно представить эту последовательность как n; $n(10'000+1)$; $n(10'000^2 + 10'000 + 1)$; $n(10'000^3 + 10'000^2 + 10'000 + 1)$; $n(\dots)$ и так далее. Можно заметить, что в полученном ряде постоянно встречается множитель и (или 2018). Корень из 2018 не извлекается, следовательно, если попробовать извлечь корень из всех чисел данного ряда, то всегда останется как минимум $\sqrt{2018}$; следовательно, в этой последовательности нет ни одного квадрата целого числа.

(2) Обозначим всех слонов буквами S и расставим их в порядке возрастания массы. Получится последовательность

$S_1 \leq S_2 \leq S_3 \leq S_4 \leq S_5 \leq S_6 \leq S_7 \leq S_8 \leq S_9 \leq S_{10}$.

Из условия понятно, что $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ будет больше, чем $S_8 + S_9 + S_{10}$, то есть четыре самых легких слона тяжелее, чем три самых тяжелых. Итак,

$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 > S_8 + S_9 + S_{10}$$

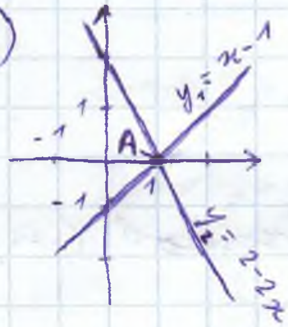
$S_4 \leq S_8$, значит, если эти слоны слезут, то левая чаша потеряет меньше или столько же веса, сколько правая чаша, и продолжит перевешивать. Значит, даже три самых легких слона перевесят два

И-10-08

...ных тяжелых (не говоря уже о других);
следовательно, левая чаша будет переве-
шивать в любом случае.

Ответ: Да.

7б

3) 

Построим графики данных уравнений.

$y_1 = x - 1$

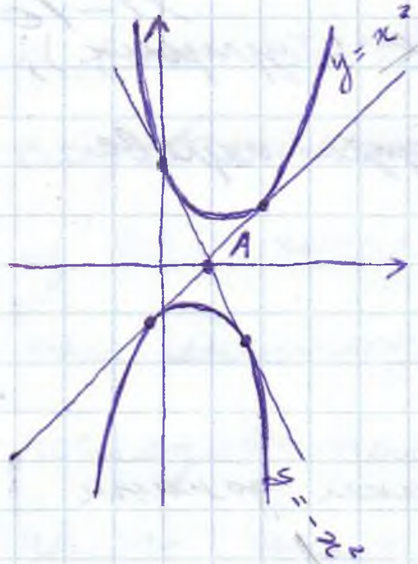
x	0	1
y	-1	0

$y_2 = 2 - 2x$

x	0	1
y	2	0

A (1; 0) – их точка пересечения.

Чтобы уравнения имели только по одному решению, функция $y = x^2$ или $y = -x^2$ (парабола) должна касаться прямых (то есть, иметь с ними по одной общей точке). Она не может проходить через точку их пересечения, т. к. в этом случае она будет пересекать прямые в двух местах и уравнения будут иметь два решения, что противоречит условию.



Т. к. А имеет координаты (1; 0), значит $y \neq 0$, следовательно $f(x) = 0$ не имеет решений.

25

(4) В турнире участвовали $9x$ мальчиков (м) и x девочек (д). Каждый мальчик сыграл $\underbrace{(9x-1)}_{\text{партии с м.}} + \underbrace{x}_{\text{партии с д.}}$ раз, каждая д. сыграла $\underbrace{(x-1)}_{\text{партии с д.}} + \underbrace{9x}_{\text{парти}}$,

При партии м/м мальчики в любом случае получали 2 очка:

м.	победа +2	ничья +1	+0
м.	+0	+1	победа +2
	+2	+2	+2

Для девочек аналогично.

При партии м/д:

м.	победа +2a	ничья +1в	+0c
д.	+0a	+1в	победа +2c

a, в, c – кол-во партий

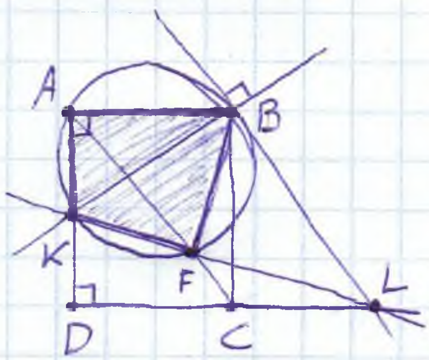
М-10-08

Значит, в среднем каждый мальчик получил $2(9x-1)+x(2a+1\text{в})$ очков, а каждая девочка в среднем $2(x-1)+9x(1\text{в}+2c)$ очков.

Если мальчики в итоге получили в 4 раза больше, то

$$2(9x-1)+x(2a+1\text{в}) = 4\,(\underbrace{2(x-1)+9x(1\text{в}+2c)}_{\text{кол-во очков у д.}})$$

(5)



Дано:

ABCD - прямоугольник

$BK \perp BL$

Доказать: ABFK можно вписать в окружность

Для этого нужно доказать, что

$\angle KAB + \angle BFK = \angle AKF + \angle ABF = 18$