

ШИФР ш110102

участника муниципального этапа
всероссийской олимпиады школьников по
математике в 2024-2025 учебном году

Внимание! Шифровать следует каждую
страницу Вашей письменной работы.

Ф. И. О. учащегося (в имен. пад.)

Вахов

Теорий

Эдуардович

Дата

рождения 02.09.2008

Образовательное учреждение (полное
название) Муниципальное

автономное образовательное
учреждение "Средняя общеобразователь-
ная школа № 3 им. И.И.
Васильева"

Город Мелан

Класс 10 А

Ф. И. О. учителя (полностью)

Николаева

Ирина

Владимировна

ШИФР УЧАСТНИКА

2210102

Задача 1.

При $n=1012$, а $k=2024$ получаем второе неравенство:

$$a_{1012} - a_{2024} \geq 1012^3 - 2024^3$$

При $n=2024$ и $k=1012$ также получаем второе неравенство

$$a_{2024} - a_{1012} \geq 2024^3 - 1012^3$$

Теперь можно составить систему неравенств:

$$\begin{cases} a_{1012} - a_{2024} \geq 1012^3 - 2024^3 \\ a_{2024} - a_{1012} \geq 2024^3 - 1012^3 \end{cases}$$

Решим ее. Подставим вместо a_{1012} известное или значение (по условию $a_{1012} = 0$)

$$\begin{cases} 0 - a_{2024} \geq 1012^3 - 2024^3 \\ a_{2024} \geq 2024^3 - 1012^3 \end{cases} \Rightarrow a_{2024} \geq 2024^3 - 1012^3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_{2024} \leq 2024^3 - 1012^3 \\ a_{2024} \geq 2024^3 - 1012^3 \end{cases} \Rightarrow a_{2024} = 2024^3 - 1012^3$$

получаем единственное решение

$$a_{2024} = 2024^3 - 1012^3 = 1012^3 \cdot 2^3 - 1012^3 = 1012^3 \cdot 7$$

Ответ: $a_{2024} = 1012^3 \cdot 7$

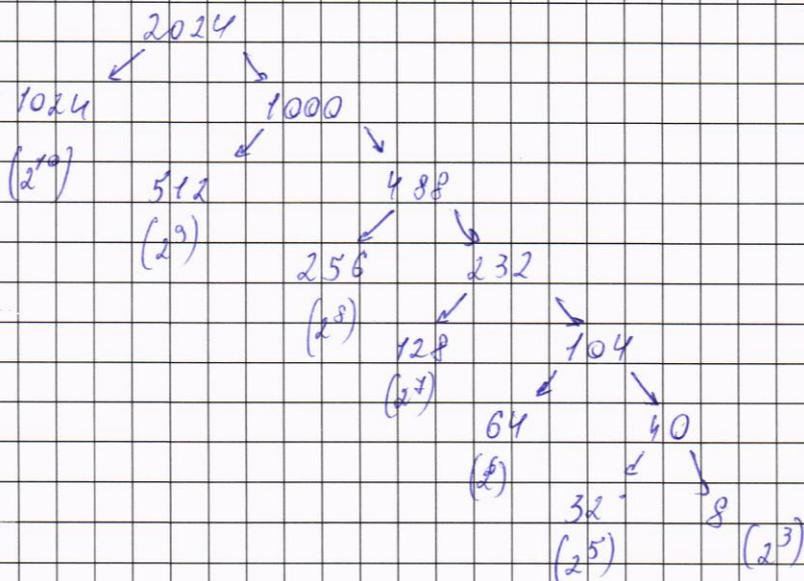
4/6

Задача 5

Заметим, что при разложении кукки из числа камней равного двойке в какой-либо степени можно получить любое разложение кукки до кукки поделенной вдвое без единого штрафа.

Поступим следующим образом: каждую кукку, число камней в которой нельзя записать в виде 2^n , где n - натуральное число, будем разбивать на число, ближайшее к делению, которое можно записать в виде 2^n , где n - натуральное число, и на оставшееся число.

Составим схему разложения числа 1024 по этому методу:



Итого разделили, за которое предельно штраф 6, а значит общий штраф будет равен $10 \cdot 6 = 60$ рублей.

Ответ: 60 рублей

Задача 3

Полный золотой слиток весит 200 кг, а полный алмаз - 100 кг, значит 1 кг алмазов занимает такое же место, как и 5 кг золота.

Пусть Мья Мармелу может взять x кг алмазов, тогда золота он возьмет $400 - x$ кг (в сумме он возьмет 100 кг драгоценностей)

Найдём такое кол-во алмазов и такое кол-во золота, которое будет занимать ^{максимально возможное} такое же место,

т. е. соответствовать месту, занимаемому 200 кг золота

$$5x + (100 - x) = 200 \Leftrightarrow x = 25, \text{ соответствующее кол-во золота} - 75 \text{ кг}$$

Т.к. Мья не может взять больше 100 кг, то если взять ~~кол-во~~ ^{меньше} алмазов, то в слитке будет ^{меньше} золота, а ^{меньше} золота, а ^{меньше} золота будет ^{меньше} чем 400 кг ^{драгоценностей}

Если взять ~~кол-во~~ ^{меньше} алмазов, то в слитке будет ^{меньше} золота, а ^{меньше} золота будет ^{меньше} чем 400 кг ^{драгоценностей}

Значит 25 кг алмазов и 75 кг золота - оптимальный вариант

Деньги, которые Мья Мармелу получит:

$$75 \cdot 20 + 25 \cdot 60 = 1500 + 1500 = 3000 \text{ рублей}$$

Ответ: 3000 рублей

46

Задача 4

Шанс того, что человек болен $\frac{1}{5}$, то, что здоров $\frac{4}{5}$

Тогда вероятность, что случайный человек болен и ему тест покажет положительный результат равна

$$0,95 \cdot \frac{1}{5} = \frac{95}{500}$$

Шанс того, что человек здоров, но ему тест дал ложный положительный результат:

$$\frac{4}{5} \cdot 0,02 = \frac{8}{500}$$

Тогда общая вероятность положительного теста равна

$$\frac{95}{500} + \frac{8}{500} = \frac{103}{500} = 0,206$$

ответ: 0,206

45

