ШИФР М-11-02

участника муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике в 2019-2020 учебном году

Внимание! Шифровать следует каждую страницу Вашей письменной работы.

Ф. И. О. учащегося (в имен. пад.)
Аселян Алек Робертович

Дата рождения 28.05.2003

Образовательное учреждение (полное название) МБОУ „СОШ №1"

Город, село
Мегион

Район

Класс
11Б

Ф. И. О. учителя (полностью)
Хайтманова Ольга Николаевна

SDCH = ∠SBAH₁ (следует из (3)).
этому △SHH₁ - равнобедренный
ли прямая SO будет в плоскости
ного треугольника:
зависимо от расположения точки
обнаруживается равенство углов и сторон
и прямая SO в плоскости данного
угольника:
зависимо от расположения точки O
нодействия равенства сторон и углов
о происходит из-за условия (3)
Нет: из данных условия нельзя
сделать вывод о том, что SO -
высота данной пирамиды.

дание 2.

ла от 1 до 600 выписаны так, что
ма любых двух соседних чисел ≤ 800
ать, что сумма каких-то двух чисел,
ных через одного, будет больше 800.

Доказательство.

смотрим пример из данного ряда
такой, что:

ХМАО-Югра
г. Мегион
Департамент образования
и молодежной политики
ТЕЛ: 8-34643-59461
E-mail: DEPARTAMENT-MEG.RU
«___»_____20___г.

М-11-02
Итого: 145

Задание 1.

$A = 20^{50} \cdot 50^{20}$ последняя ненулевая цифра числа A - ? (*)

Решение.

представим A в виде.

$20^{50} \cdot 50^{20} = (10 \cdot 2)^{50} \cdot (10 \cdot 5)^{20} = 10^{50} \cdot 2^{50} \cdot 10^{20} \cdot 5^{20} =$

$= 2^{50} \cdot 5^{20} \cdot 10^{70}$, т.к нас интересует лишь (*), то рассмотрим:

$2^{50} \cdot 5^{20} = (2^5)^{10} \cdot (5^2)^{10} = (2^5 \cdot 5^2)^{10} = (32 \cdot 25)^{10} =$

$= (700)^{10} = (7 \cdot 10^2)^{10} = 7^{10} \cdot 10^{20}$, опять же, т.к нас интересует лишь (*), то рассмотрим 7^{10}; рассмотрим последние цифры чисел, полученных при возведении 7 в 10 степень

степень 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$7^{\cdot}$ 9, 3, 1, 7, 9, 3, 1, 7, 9....

поэтому

ответ: 9

4

4

Задание 3.

при $m<n$

$m^2+\sqrt{m^2+m} \vee n^2-\sqrt{n^2-n}$

решение: $m \in [-1;0]$, $n \in [0;1]$

~~возведём оба числа~~

число $m^2 <$ числа n^2, т.к $m<n$

рассмотрим числа a и b, где:

$a=\sqrt{m^2+m}$, $b=\sqrt{n^2-n}$

$\sqrt{m^2+m}=\sqrt{m(m+1)}=\sqrt{m}\cdot\sqrt{m+1}$

$\sqrt{n^2-n}=\sqrt{n(n-1)}=\sqrt{n}\cdot\sqrt{(n-1)}$

$\sqrt{m}<\sqrt{n}$, т.к $m<n$

$\sqrt{m+1}<\sqrt{n-1}$; даже если $n-m=1$, то

тогда $\sqrt{m+1}=\sqrt{n-1}$, но все равно $a<b$.

т.е $a<b$, теперь рассмотрим

m^2+a и n^2-b

$m^2<n^2$

$a<b$

в любом случае $n>b$, а $m>a$

поэтому $m^2+\sqrt{m^2+m}<n^2-\sqrt{n^2-n}$

Ответ: число $n^2-\sqrt{n^2-n}$ больше

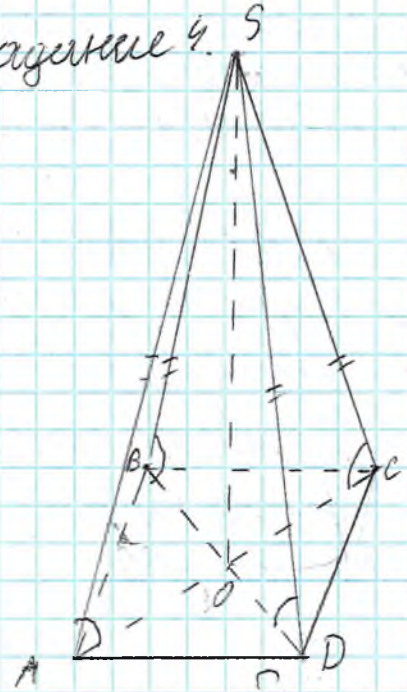
примечание

m^2 и $\sqrt{m^2+m}$ $\quad$ n^2 и $\sqrt{n^2-n}$

m^4 и m^2+m $\quad$ n^4 и n^2-n

$m^4>m^2+m$ $\quad$ $n^4>n^2-n$

Задание 4.



Дано:

SABCD- пирамида

ABCD- основание

$SA=SB=SC=SD$ (2)

$\angle SAO=\angle SBO=\angle SCO=\angle$

где $O \in (ABCD)$

Доказать или опровергнуть, что SO- высота пирамиды

решение

из (1) следует, что плоскости ASD, ASB, DSC наклонены к плоскости ABC под одним и тем же углом (3)

плоскости ASD, BSC, ASB и DSC- равнобедренные треугольники (следует из (2))

проведем отрезки SH и SH_1, где $H \in AD$, $H_1 \in DC$.

$+i = \frac{-b+1-\sqrt{b^2-2b+1-4ac}}{2a} + i$

$= \frac{-b+1+\sqrt{b^2-2b+1-4ac}}{2a} + i$

случае уравнения (2) корни
дут идентичными и при разло-
нии мы вновь получим компле-
е корни

твет: да, означает

ХМАО-Югра
г. Мегион
Департамент образования
и молодежной политики
ТЕЛ: 8-34643-59461
E-mail:DEPARTAMENT-MEG.RU
«___»_____20___г.

М-11-02

существуют в этом ряду числа a, b и c, идущие друг за другом
... a, b, c ... (1)

$\begin{cases} a+b \le 800 \\ b+c \le 800 \end{cases}$ (3) при этом $\begin{cases} a \le 600, \\ a \ge 1, b \le 600, b \ge 1, \\ c \le 600, c \ge 1 \end{cases}$ (2)

$\Rightarrow$ a и c обязательно > b

$a+c \ge 800$ - необходимо указать,

пусть:

$\begin{cases} a+b = 800 \\ b+c = 800 \end{cases}$

$\begin{cases} a+b = 800 \\ c+b = 800 \end{cases}$

$a-c = 0$, такое возможно лишь при $a=c$, но в этом случае учитывая (1), получаем, что независимо от b, сумма $a+c$ будет > 800, если учесть (2).

рассмотрим случай

$$\begin{cases} a+b<800 \\ b+c<800 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b<800-c \\ b<800-a \end{cases}$$

как уже упоминалось, а а $b>b$, чтобы соблюдалось условие (3) тогда получаем, что при любом условии суммы $a+b$ и $b+c$ и при условии что они ≤ 800, $a+c$ будет всегда >800 (т к $a>b$ и $c>b$), что и требовалось доказать.

5) $P(x)=ax^2+bx+c$

$P(x)=x$ не имеет действительных корней, обязательно ли уравнение $\underbrace{P(P(\ldots P(x)\ldots))}_{2019}=x$ (1) тоже не имеет действительных корней

решение

если рассмотреть (1), то получим уравнение

$$(ax^2+bx+c)^{2019}=x$$

~~$ax^2+bx+c=\sqrt[2019]{x}$~~

как известно

$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$, где x_1 и x_2 корни уравнения ax^2+bx+c

$$(a(x-x_1)(x-x_2))^{2019}=x \quad (2)$$

$$a^{2019}\cdot(x-x_1)^{2019}\cdot(x-x_2)^{2019}=x$$

рассмотрим $P(x)=x$

$ax^2+bx+c=x$

$ax^2+bx-x+c=0$

$ax^2+x(b-1)+c=0$

$D=(b-1)^2-4\cdot ac=b^2-2b+1-4ac$

уравнение не имеет действительных корней, но это означает, что оно может иметь комплексные корни x_1+i и x_2+i.